УДК 37.013

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНЫХ ЗАДАНИЙ КАК СРЕДСТВО ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

ТИТОРЕНКО Светлана Алексеевна,
кандидат педагогических наук, доцент кафедры информатики и методики преподавания математики;
ПОКОРНАЯ Илана Юльевна,
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики;
ОВСЯННИКОВА Алла Николаевна,
старший преподаватель кафедры высшей математики,
Воронежский государственный педагогический университет

АННОТАЦИЯ. *Российским школам нужны высококвалифицированные учителя математики с разносторонней подготовкой, готовые к решению различных профессиональных задач. Повысить качество математической и методической подготовки студентов, сформировать у них предусмотренные образовательным стандартом компетенции позволяет включение в содержание обучения по различным дисциплинам комплексных заданий.*
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: *комплексные задания, математическая подготовка, методическая подготовка, компетенции.*

METHODICAL FEATURES OF THE USE OF INTEGRATED TASKS AS A MEANS OF PROFESSIONAL TRAINING OF FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS

Titorenko S. A.,
Cand. Pedag. Sci., Docent of the Department of Computer Science and Methods of Teaching Mathematics;
Pokornaya I. Y.,
Cand. Pedag. Sci., Docent of the Department of Advanced Mathematics;
Ovsiannikova A. N.,
Senior Teacher of the Department of Advanced Mathematics,
Voronezh state pedagogical University

ABSTRACT. *Russian schools need highly qualified teachers of mathematics with diverse training, ready to solve various professional problems. Improving the quality of mathematical and methodological training of students, forming their competence provided by the educational standard makes possible the inclusion of complex tasks in the training content of various courses.*
KEY WORDS: *complex tasks, mathematical training, methodical training, competences.*

Федеральные государственные образовательные стандарты ставят перед системой высшего педагогического образования не только задачи овладения фундаментальными знаниями, умениями и навыками, но и формирования у выпускников способности и готовности использовать их для решения профессиональных задач.

Для современной системы образования характерен переход к обучению, ориентированному на познавательную активность, самостоятельность, учебную деятельность студента. Поэтому основным критерием качественности образовательной программы должны быть результаты этой деятельности, причём на протяжении всего срока её реализации. Обучение должно быть ориентировано на формирование у студентов совокупности компетенций, которые определяются содержанием различных дисциплин и формируются за счет специально организованного учебного процесса [1].

Одним из средств формирования компетенций у студентов, обучающихся по направлению 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профили «Математика», «Информатика» в ВГПУ являются комплексные задачи.

«Комплексные задачи – это системы взаимосвязанных задач, относящихся сразу ко многим областям, которые ранее в такую систему не объединялись. Подзадачи, входящие в систему, характеризуются разнородностью представляемых ими предметных областей, а также разными уровнями формализации и разработанности: от стандартных, корректно поставленных и алгоритмически разрешимых *задач* до совершенно новых и еще нечетко сформулированных» [2].

Обычно студентам предлагаются задачи по одной какой-либо теме и дисциплине. Они чётко сформулированы, алгоритмически разрешимы. Комплексные задания могут содержать нечеткие формулировки, алгоритм их решения не очевиден, его разработка и реализация предполагает наличие полипредметных знаний, умений и навыков.

При разработке комплексных заданий мы исходили из следующих принципов: 1) соответствие образовательному стандарту и конкретной рабочей программе; 2) ориентация на будущую профессиональную деятельность; 3) сбалансированность зада-

Информация для связи с авторами: titorenkosa@yandex.ru

ний; 4) доступность; 5) постепенное повышение уровня сложности; 6) поэтапное увеличение доли самостоятельности в учебной деятельности студентов (от курса к курсу, от бакалавриата к магистратуре); 7) единство требований при оценивании их выполнения; 8) постепенный переход от фронтальной работы к групповой, парной и индивидуальной.

Задачи, входящие в комплексное задание, должны представлять собой целостную систему, а не случайный набор. Они обеспечивают интеграцию изученного материала в общую структуру знаний, умений и навыков. Комплексные задания способствуют обобщению и систематизации математических сведений, формированию научного мышления, адаптации материала высшей математики к решению задач элементарной математики и образовательных задач. Их можно использовать на обзорных лекциях, при устном опросе, на практических, семинарских, лабораторных занятиях, при написании ВКР и итоговой аттестации.

В соответствии с классификацией, принятой в педагогике, выделим основные типы комплексных заданий по характеру деятельности студентов: 1) репродуктивные (на воспроизведение знаний и умений); 2) реконструктивные (сообщается идея или метод, которые студенту нужно применить к конкретной задаче); 3) эвристические (нестандартные задачи или ситуации); 4) исследовательские (студент сам ставит цель, ищет план решения задачи и осуществляет этот план). Кроме того, их можно классифицировать и по другим критериям: содержанию; способам организации; используемым средствам; количеству участников; характеру координации со стороны преподавателя; продолжительности и т.д. [2; 3].

Комплексные задания позволяют устанавливать внутрипредметные и межпредметные взаимосвязи, тем самым формируя не одну, а сразу несколько общих и специальных компетенций. Поэтому их содержание должно обеспечивать взаимосвязь различных предметных областей, разделов математики, основных методических линий школьного курса математики.

Приведём примеры.

Комплексные задания
по элементарной математике

Комплексное задание 1 (различные разделы элементарной математики).

1) Решите уравнения: а) $\sqrt{4x-6}=-7$; б) $\sqrt{4x-6}=0$; в) $\sqrt{4x-6}=7$; г) $\sqrt{4x-6}=x$; д) $\sqrt{4x-6}=\sqrt{x+3}$. 2) Решите неравенства: а) $\sqrt{4x-6}\le -7$; б) $\sqrt{4x-6}\le 0$; в) $\sqrt{4x-6}<0$; г) $\sqrt{4x-6}\ge 0$; д) $\sqrt{4x-6}>0$; е) $\sqrt{4x-6}>-7$; ж) $\sqrt{4x-6}\ge 7$; з) $\sqrt{4x-6}\le x$; и) $\sqrt{4x-6}\ge x$; е) $\sqrt{4x-6}\le\sqrt{x+3}$. 3. Решите графически 1 д, 2 е. 4. Решите уравнения и неравенства с параметром: а) $\sqrt{4x-6}=a-7$; б) $\sqrt{4ax-6}\ge 5$.

Комплексное задание 2 (элементарная математика).

1. Перечислите основные способы построения графиков функций, содержащих переменную под знаком модуля. 2. Постройте графики функций: а) $y=|x^2-4x+3|$; б) $y=x^2-4|x|+3$; в) $y=|x^2-4|x|+3|$. 3) Решите с помощью построенных графиков уравнения и неравенства: а) $|x^2-4x+3|=a$; б) $x^2-4|x|+3=3$; в) $|x^2-4|x|+3|\le 3$.

Следует отметить, что в этих группах заданий каждое следующее является логическим продолжением предыдущего и задает поэтапное повышение уровня сложности задач по данной теме [4].

Комплексное задание 3 (элементарная геометрия).

1. Приведите различные классификации треугольников. 2. Постройте с помощью циркуля и линейки известные вам виды треугольников. 3. Подготовьте теоретическую карту об ортотреугольнике, серединном и педальном треугольниках. 4. Подберите или составьте по одной задаче об этих треугольниках.

Комплексное задание 4 (элементарная геометрия).

1. Сформулируйте признаки равенства треугольников, теоремы синусов и косинусов. 2. Дайте определения двугранного и трёхгранного углов. 3. Изготовьте модели этих углов. 4. Сформулируйте признаки равенства трёхгранных углов и сравните их с признаками равенства треугольников. 5. Приведите пример полярного трёхгранного угла. 6. Сформулируйте и докажите теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла. 7. Приведите по одному примеру на их применение при решении задач №14 ЕГЭ по математике профильного уровня.

Эти задания направлены на обобщение и систематизацию сведений из школьного курса геометрии, их расширение и углубление за счёт включения нового, более сложного материала.

Комплексное задание 5 (элементарная математика и высшая алгебра).

1. Разложите на линейные и квадратичные множители с действительными коэффициентами многочлен $6x^3+7x^2-13=0$. 2. Найдите над полем комплексных чисел корни квадратного трёхчлена, полученного при разложении многочлена из пункта 1. 3. Разложите данный многочлен на линейные множители над полем комплексных чисел. 4. Разделите столбиком данный многочлен с остатком на $x+4$.

Комплексное задание 6 (высшая математика, элементарная математика).

1. Выделите основные действия над векторами. 2. Составьте схему «Действия над векторами». 3. К каждому из выделенных действий приведите пример задачи из: а) векторной алгебры; б) вузовского курса геометрии; в) школьного учебника планиметрии; г) школьного учебника стереометрии.

Комплексное задание 7 (математический анализ, высшая алгебра и элементарная математика).

1. Сформулируйте правила дифференцирования и нахождения первообразной; проиллюстрируйте их примерами. 2. Исследуйте с помощью производной функцию $y=3x^3-1{,}5x^2+2$. 3) Постройте её график. 4. Имеет ли многочлен $3x^3-1{,}5x^2+2$ целые корни? Рациональные корни? Действительные корни? Если да, то сколько? 5. При каких значениях параметра p уравнение $3x^3-1{,}5x^2+2=p$ имеет два корня? Выполняется неравенство $3x^3-1{,}5x^2+2\ge -2{,}5x-5$?

Комплексное задание 8 (математический анализ, высшая алгебра и геометрия, элементарная математика).

Охарактеризуйте нестандартные методы решения математических задач. Подберите примеры из учебного пособия [5] решения алгебраических задач элементарной математики указанными методами: использование монотонности функций; решение функциональных уравнений; тригонометрические подстановки; векторный метод.

Задания 5-8 предполагают использование сведений как из различных разделов высшей, так и из элементарной математики, адаптацию материала высшей математики к решению задач элементарной математики.

Комплексное задание 9 (тестовое задание по элементарной математике).

Определите последовательность действий, необходимых для решения задачи: «Найдите количество целых чисел, принадлежащих множеству значений функции $f(x)=16\log_{\frac{1}{16}}\frac{Sinx+Cosx+3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$». 1. Определить множество значений выражения $\frac{Sinx+Cosx+3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$. 2. Определить количество целых чисел, принадлежащих множеству значений функции $f(x)=16\log_{\frac{1}{16}}\frac{Sinx+Cosx+3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$. 3. Определить множество значений функции $f(x)=16\log_{\frac{1}{16}}\frac{Sinx+Cosx+3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$. 4. Преобразовать выражение $Sinx+Cosx$. (Ответ: 4; 1; 3; 2.)

Комплексные задания по математическому анализу

Комплексное задание 1 (математический анализ).

Вычислите $\int_1^e(\sqrt{\ln x})dx + \int_0^1 e^{x^2}dx$. Каждый из интегралов является «неберущимся». Задание объединяет в себе различные разделы математического анализа, в том числе: свойства взаимообратных функций и их графиков, методы интегрирования в определенном интеграле, вычисление площадей плоских фигур, не берущиеся интегралы; способствует закреплению основного содержания курса математического анализа. Ниже приводится решение этого задания.

Пусть $I_1 = \int_1^e(\sqrt{\ln x})dx$, $I_2 = \int_0^1 e^{x^2}dx$. Рассмотрим метод замены переменной для определенного интеграла и преобразуем первый интеграл $I_1 = \int_1^e(\sqrt{\ln x})dx$ $= \int_0^1(t2e^{t^2}t)dt$. Продолжим преобразования, используя метод интегрирования по частям. Получим:

$I_1 = te^{t^2}\Big|_0^1 - \int_0^1 e^{t^2}dt = e - I_2$. Таким образом, $I_1 + I_2 = e$.

Задача имеет наглядную геометрическую интерпретацию, что определяет второй способ ее решения. Подынтегральные функции являются взаимно обратными, их графики симметричны относительно биссектрисы первой четверти. Так как площади фигур, определяемые интегралами I_1 и I_2 в сумме, задают площадь прямоугольника со сторонами 1 и e, площадь которого равна e, тогда справедлива формула $I_1 + I_2 = e$.

Комплексное задание 2 (математический анализ и дифференциальные уравнения).

Найдите такую форму зеркала, которое собирает все параллельные лучи в одну точку.

Для решения поставленной задачи необходимо определить уравнение кривой y, которая при вращении вокруг оси образует искомую поверхность. Проведем к кривой y касательную и нормаль в точке касания. Так как угол падения равен углу отражения, а линии падающих лучей параллельны оси , то из свойств равнобедренного треугольника и уравнения касательной $Y - y = y'($ получим дифференциальное уравнение $\sqrt{x^2+y^2} =$ или $y' = \frac{}{x+}$, решение которого даст ответ на поставленный в задаче вопрос. Это уравнение является однородным дифференциальным уравнением первого порядка. Запишем его в виде:

$$x' = \frac{dx}{dy} = \frac{x+\sqrt{x^2+y^2}}{y} = \frac{x}{y} + \sqrt{\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 1} =$$

Для интегрирования уравнения введем замену переменной, откуда $x = ty, x' =$, и подставим новую переменную в уравнение $t'y + t = t + \sqrt{t^2+1} => t'y =$. Получили уравнение с разделяющимися переменными. Решим его: $\frac{dt}{\sqrt{t^2+}}$

$=> ln|y| = ln|t + \sqrt{t^2+1}$ или

$y = C(t + \sqrt{}$. Возвращаясь к замене переменной , получим $\frac{y^2}{C} = x + \sqrt{}$

или $\frac{y^4}{C^2} - \frac{2y^2x}{C} + x^2 =$ и произведем сокращения и преобразования:

$$y^2\left(\frac{y^2}{C^2} - \frac{2x}{C}\right) = y^2 => y^2 = 2Cx + C^2 => y^2 = 2C($$

Последнее уравнение является уравнением параболы, у которой параметр равен C, вершина лежит в точке $($, а фокус находится в начале координат. Следовательно, зеркало имеет форму параболоида вращения. Параметр C будет выступать в качестве «вогнутости» нашего зеркала.

Данная форма в жизни человека нашла огромное применение.

Например, по этому принципу (рис. 1) работают современные антенны, отражая сигнал и фокусируя его в точке приема. Фонарики и прожекторы в данном случае применяют обратный принцип (рис. 2).

Рис. 1

Рис. 2

В точке фокуса мы помещаем источник света, а линза рассеивает равномерно этот свет, превращая его в ровный пучок.

Задачи подобного типа [6; 7] показывают не только взаимосвязь различных дисциплин, но и их практическую значимость в окружающем мире естествознания.

Комплексные задания по методике обучения по профилю «Математика»

Комплексное задание 1 (методика обучения математике и информатика).

1. Приведите схему «Классификация квадратных уравнений». 2. Выведите формулы для решения квадратных уравнений. 3. Разработайте алгоритм для решения квадратного уравнения общего вида. 4. Составьте на основе этого алгоритма блок-схему. 5. Напишите программу на языке программирования Паскаль для решения квадратного уравнения общего вида. 6. Приведите пример опорного конспекта по данной теме. 7. Подготовьте презентацию «Решение квадратных уравнений». 8. Ознакомьтесь с примерной программой по математике, тематическим планированием и на его основе составьте своё поурочное планирование [8].

Комплексное задание 2 (математический анализ и методика обучения математике).

Работа в парах. Каждому студенту из пары предлагается вопросник по теме «Предел функции в точке. Производная» и лист оценивания. Цель задания: актуализация знаний по вузовскому курсу математического анализа, необходимых для рассмотрения методических особенностей изучения темы в классах различного профиля. Студенту необходимо ответить на вопросы из своего опросника, затем задать их своему партнёру и наоборот, ответить на вопросы своего партнёра по его опроснику. Результаты заносятся в лист оценивания («+» – верный ответ; «–» – неверный). При этом разрешается использовать различные источники информации.

Комплексное задание 3 (математический анализ, методика обучения математике).

1) Охарактеризуйте различные подходы к определению понятия «функция». Какие из них реализуются в школьном курсе алгебры и начал анализа? 2. Спроектируйте содержание трёх уроков алгебры и начал анализа, исходя из цели: а) обобщить и систематизировать знания учащихся о функциях и способах их задания; б) расширить представления учащихся о функциях и способах их задания; в) развить представления учащихся о функции как о модели реальных объектов.

Задания 1-3 предполагают использование сведений как из различных разделов высшей, так и из школьной математики, информатики, их адаптацию к решению образовательных и профессиональных задач [9].

Комплексное задание 4.

Студенты делятся на группы по 3-4 человека. Каждой группе предлагается своя текстовая задача (задача №11 из КИМ ЕГЭ по математике профильного уровня). Текстовые задачи подбираются разных видов: на движение, совместную работу, растворы и т.д. 1) Определите тип данной задачи. 2) Выделите условие и заключение задачи. 3) Продумайте её краткую запись (таблица, схема и др.). 4) Охарактеризуйте метод её решения. 5) Переформулируйте задачу так, чтобы она стала проблемной; многозначной.

Комплексное задание 5.

Работа в группах. Ознакомьтесь с критериями оценивания письменных работ по математике. Проверка результатов выполнения учащимися заданий контрольной работы осуществляется в соответствии с «Положением об оценке образовательных достижений обучающихся и порядке перевода в следующий класс» (прилагается печатный вариант «Положения»). Проверьте контрольную работу одного из учеников в соответствии с этими критериями. Укажите причины ошибок, продумайте работу над ними.

Комплексное задание 6.

Ознакомьтесь с критериями оценивания заданий повышенной сложности с развёрнутым ответом ЕГЭ по математике на примере конкретной задачи. 1) Разберите предложенное в критериях её краткое решение; 2) составьте алгоритм решения данной задачи, опираясь на критерии и краткое решение; 3) выделите основные теоретические факты, на которых основано выполнение каждого шага алгоритма; 4) приведите полное решение задачи с обоснованием; 5) подберите или составьте по три вспомогательных задания на отработку каждого шага алгоритма; 6) продумайте различные способы проверки правильности решения задачи; 7) подумайте, можно ли решить задачу по-другому; 8) сформулируйте для учащихся несколько вопросов и заданий, направленных на поиск решения предложенной задачи.

Задания 4-6 способствуют закреплению основного содержания курсов элементарной математики и методики обучения математике, формированию профессиональных навыков.

Комплексное задание 7 (задача на движение из школьного курса алгебры).

Работа в группах. Из двух населённых пунктов выехали одновременно два автомобиля. Скорость одного из них 70 км/ч, а другого – 80 км/ч. Найдите расстояние между автомобилями через 4 часа. Вопросы и задания. 1. Выделите условие и заключение. 2. Известен ли вид движения? 3. Приведите схемы для движения навстречу друг другу; в противоположных направлениях; вдогонку; с отставанием (движение равномерное прямолинейное). 4. Выделите математическую основу для каждого из указанных видов. Запишите соответствующие формулы. 5. Решите задачу в общем виде. 6. Дополните задачу недостающими для каждого случая условиями и числовыми данными [10].

Задача содержит нечеткую формулировку, является многозначной. Алгоритм её решения не очевиден, его разработка и реализация предполагает наличие полипредметных знаний, умений и навыков.

Комплексное задание 8 (школьный курс алгебры и биология).

При каждом дыхательном движении человек пропускает через легкие в среднем 500 см^3 воздуха. Выдыхаемый воздух содержит 16% кислорода (при вдохе на 4% больше). Рассчитайте, сколько кислорода потребляет ученик, класс из 40 учащихся за урок (45 минут), если один ученик в одну минуту делает 18 дыхательных движений? Сколько кислорода пройдет за 8 часов (за рабочий день)? 1) Решите задачу. 2) Составьте или подберите свои 2-3 интегрированные задачи (математика +...).

Задание способствует установлению межпредметных связей.

Выводы

Комплексные задания позволяют подготовить студентов к решению профессиональных задач, для которых нужны знания из различных областей, взаимодействие с учащимися и коллегами, учет их интересов и действий, способность находить и анализировать информацию, выстраивать различные стратегии решения, оценивать их эффективность и реализовывать в различных условиях. Такие задания отвечают требованиям современного общества, которое ставит перед нами разнообразные проблемы. Они активизируют мышление, включая в него когнитивные, эмоциональные, личностные, социальные способности и знания студентов, формируют умение учитывать одновременно различные факторы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Портал федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://fgosvo.ru

2. Поддьяков, А.Н. Неопределенность в решении комплексных проблем [Текст] / А.Н. Поддьяков // Человек в ситуации неопределенности. – М.: ТЕИС, 2007. – С. 177-193.

3. Viv, E. Innovation in teacher education: Collective creativity in the development of a teacher education internship / E. Viv, A. Childs // Teaching and Teacher Education. – Volume 77. – January 2019. – P. 277-286.

4. Беляева, Э.С. Уравнения и неравенства с параметром. Части 1, 2 : учебное пособие [Текст] / Э. С. Беляева, А. С. Потапов, С. А. Титоренко. – М.: Дрофа, 2009. – Ч. 1. – 480 с.; Ч. 2. – 444 с.

5. Супрун, В.П. Математика для старшеклассников: нестандартные методы решения задач [Текст] / В.П. Супрун. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 272 с.

6. Покорная, И.Ю. Параболоид вращения в одной из задач дифференциальных уравнений [Текст] / И.Ю. Покорная, К.В. Переходенко, Н.И. Томилина // Некоторые вопросы анализа, алгебры, геометрии и математического образования. – 2017. – № 7, Часть 2. – С. 163-165.

7. Кочетова, С.П. Взаимосвязь различных областей математики на примере метода Даламбера [Текст] / С.П. Кочетова, И.Ю. Покорная // Некоторые вопросы анализа, алгебры, геометрии и математического образования. – 2014. – № 2. – С. 86-89.

8. Матвеев, А.С. Применение сетчатых номограмм при решении квадратных уравнений [Текст] / А.С. Матвеев, А.Н. Овсянникова // Некоторые вопросы анализа, алгебры, геометрии и математического образования. – 2017. –№ 7, Часть 2. – С. 123-125.

9. Чучаев, И.И. Интеграция методов решения задач элементарной математики в курсе математического анализа как необходимый компонент профессиональной подготовки будущего учителя математики [Текст] / И.И. Чучаев, М.Ю. Табачкова // Интеграция образования. – 2004. –№3. – С. 158-162.

10. Боброва, М.С. О некоторых особенностях преподавания задач на относительное движение в школьном курсе математики [Текст] / М.С. Боброва, А.Н. Овсянникова // Некоторые вопросы анализа, алгебры, геометрии и математического образования. – 2017. – № 7, Часть 2. – С. 17-19.